

Courbes de Bézier

Courbes et Surfaces de forme libre

- Evolution des Formes et des Techniques
 - Automobile
 - Architecture
 - Electro-ménager
 - ...

Automobile



**Une nouvelle
voiture:
l'Audi 50.**



Electro-ménager



Architecture



- Pierre Bézier
 - ENSAM
 - Renault

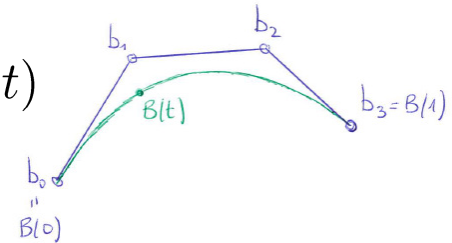
- Paul de Faget de Casteljau
 - ENS
 - Citroën

Courbes de Bézier

- *Polygone* contrôlant *intuitivement* la forme de la courbe

$$B(t) = b_0 B_0^n(t) + b_1 B_1^n(t) + \dots + b_n B_n^n(t)$$

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i$$



- Combinaison barycentrique:

$$B_0^n(t) + B_1^n(t) + \dots + B_n^n(t) = 1$$

- La courbe va du premier au dernier point:

$$B(0) = b_0$$

$$B(1) = b_n$$

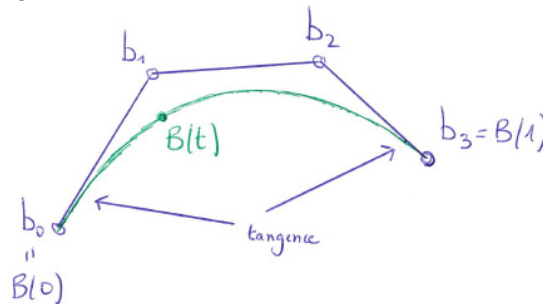
Tangente

$$B'(t) = n\Delta b_0 B_0^{n-1}(t) + n\Delta b_1 B_1^{n-1}(t) + \dots + n\Delta b_{n-1} B_{n-1}^{n-1}(t)$$
$$\Delta b_i = b_{i+1} - b_i$$

- La courbe est tangente à la première et la dernière arête:

$$B'(0) = n\Delta b_0 = n(b_1 - b_0)$$

$$B'(1) = n\Delta b_n = n(b_n - b_{n-1})$$



Dérivée seconde

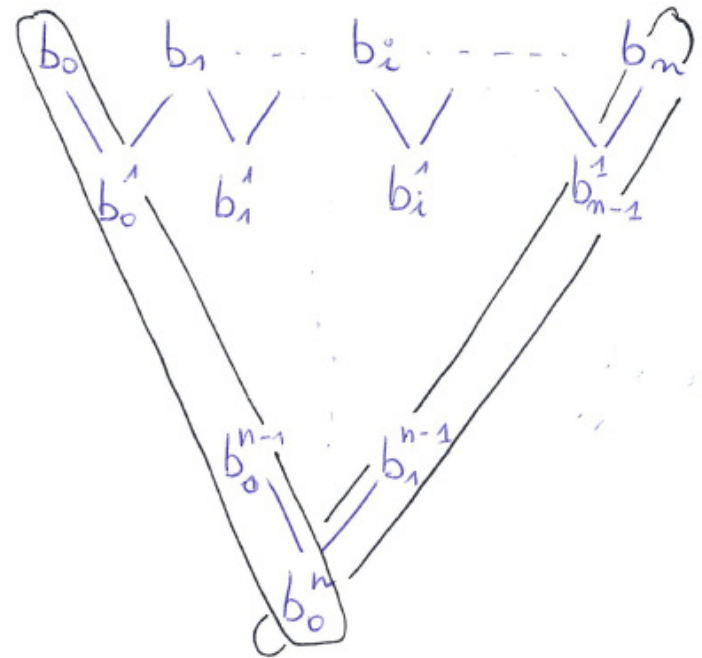
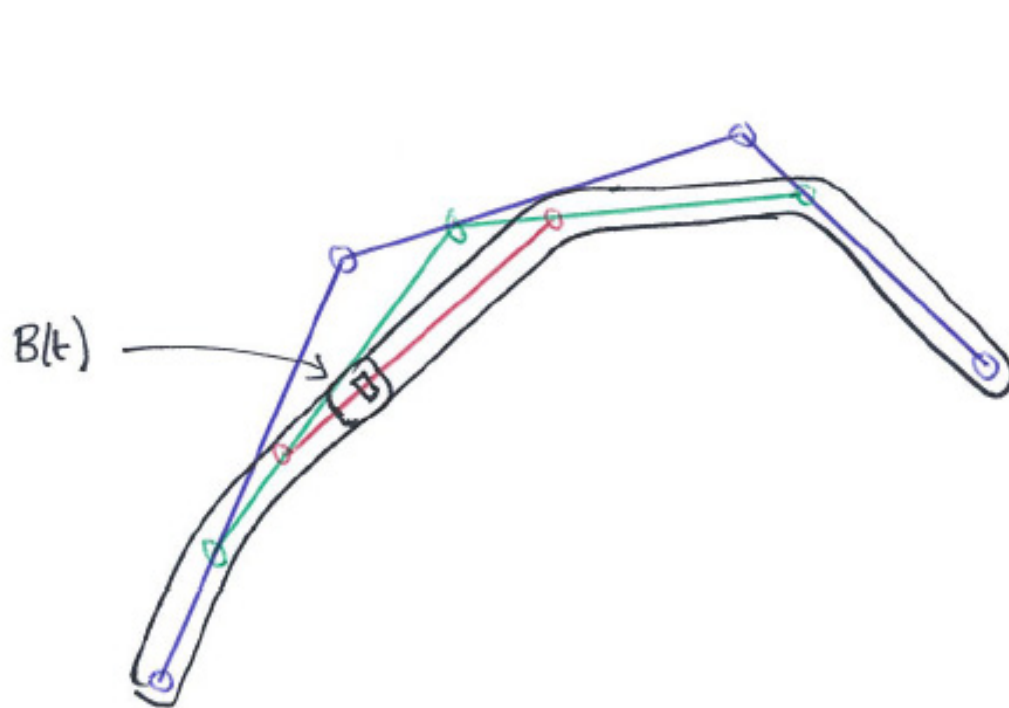
Nécessaires pour le raccord C2, avec continuité de courbure

- Dérivées secondes au premier et au dernier point

$$B''(0) = n(n-1)(b_2 - 2b_1 + b_0)$$

$$B''(1) = n(n-1)(b_n - 2b_{n-1} + b_{n-2})$$

Algorithme de de Casteljau



$$b_i^{r+1} = (1-t)b_i^r + tb_{i+1}^r$$