Géométrie projective
Examen

Les documents de cours sont autorisés. Les différentes parties sont indépendantes.

1 Cours

1. Qu'apporte la géométrie projective par rapport à la géométrie Euclidienne ?

2. Comment passe-t-on d'un espace projectif à un espace affine ?

2 Calculs de transformations

1. Soit une homographie H de $\mathcal{P}^n$. Combien de paires de points correspondants faut-il pour determiner H ?

2. Ecrivez les équations fournies par une paire de points correspondants dans $\mathcal{P}^3$. En déduire comment déterminer H dans ce cas.

3. Une matrice de projection de caméra $\mathcal{M}$ est une matrice de dimensions 3x4 qui transforme un point de l'espace 3D en un point image. Combien de paires de correspondances entre points de l'espace et points de l'image faut-il pour determiner $\mathcal{M}$? et comment determine-t-on $\mathcal{M}$?

3 Rectification affine

1. Expliquez ce qu'est une rectification affine dans une image.

2. Soit l le vecteur de coordonnees homogènes de la droite à l'infini dans le plan image. Exprimez la matrice de transformation de la rectification affine en fonction des coordonnées de l.

4 Conique absolue

La conique absolue Ω est la conique intersection, dans $\mathcal{P}^3$, du plan à l'infini π_∞ avec la quadrique d'équation : $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2 = 0$, où les x_i sont les coordonnées homogènes dans $\mathcal{P}^3$.

1. Donnez l'equation, dans π_∞, de la conique Ω.

2. Montrez qu'une transformation de $\mathcal{P}^3$ qui laisse Ω invariant est une transformation de la forme :
$$\left[\begin{array}{cccc} & \text{c C} & & \text{b} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right],$$
où c est un scalaire positif, C est un matrice 3x3 vérifiant: $C^tC = I$ (I étant la matrice indentité), et b est un vecteur 3x1 quelconque.

3. De quelle type de transformation s'agit-il ?